Si dividimos este último resultado por c^2, obtenemos $a^2/c^2 + b^2/c^2 = 1$ o

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1. \tag{7}$$

Asimismo, si dividimos $a^2 + b^2 = c^2$ por a^2 y b^2, obtenemos, a su vez,

$$1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{c}{a}\right)^2 \tag{8}$$

y

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 1 = \left(\frac{c}{b}\right)^2. \tag{9}$$

El uso de la definición apropiada de (1) en los resultados de (7), (8) y (9) produce otro conjunto de identidades importantes.

Identidades pitagóricas:

$$\operatorname{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1 \tag{10}$$
$$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta \tag{11}$$
$$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta. \tag{12}$$

En las fórmulas (10), (11) y (12), el cuadrado de las funciones trigonométricas se escribe $(\operatorname{sen}\theta)^2 = \operatorname{sen}^2\theta$, $(\cos\theta)^2 = \cos^2\theta$, $(\tan\theta)^2 = \tan^2\theta$, etcétera.

EJEMPLO 6 Usar (11)

Si θ es un ángulo agudo y $\tan\theta = \sqrt{5}$, calcule el valor de $\cos\theta$.

Solución Hay varias formas de resolver este problema. Una de ellas es usar la identidad pitagórica (11):

$$\sec^2\theta = \tan^2\theta + 1 = (\sqrt{5})^2 + 1 = 5 + 1 = 6$$

y, por tanto, $\sec\theta = \sqrt{6}$. Debido a que $\sec\theta = 1/\cos\theta$, tenemos que $\cos\theta = 1/\sec\theta$. Por tanto, $\cos\theta = 1/\sqrt{6} = \sqrt{6}/6$. ≡

Notas del aula

Como veremos en la sección 9.4, *todas* las identidades presentadas en esta sección son válidas con cualquier ángulo θ (y no sólo con ángulos agudos).

8.2 Ejercicios

Las respuestas a los problemas impares seleccionados comienzan en la página RESP-21.

En los problemas 1 a 10 determine los valores de las seis funciones trigonométricas del ángulo θ del triángulo.

1.

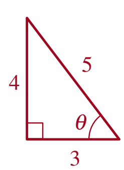


FIGURA 8.2.6 Triángulo del problema 1

2.

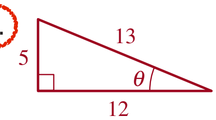


FIGURA 8.2.7 Triángulo del problema 2

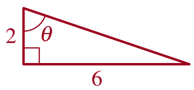
3. 

FIGURA 8.2.8 Triángulo del problema 3

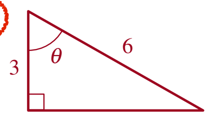
4. 

FIGURA 8.2.9 Triángulo del problema 4

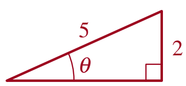
5. 

FIGURA 8.2.10 Triángulo del problema 5

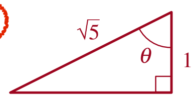
6. 

FIGURA 8.2.11 Triángulo del problema 6

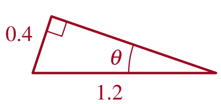
7. 

FIGURA 8.2.12 Triángulo del problema 7

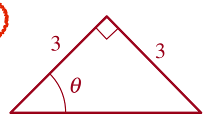
8. 

FIGURA 8.2.13 Triángulo del problema 8

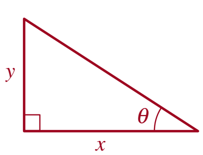
9. 

FIGURA 8.2.14 Triángulo el problema 9

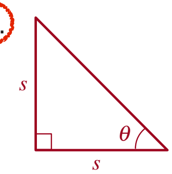
10. 

FIGURA 8.2.15 Triángulo del problema 10

En los problemas 11 a 20, use las identidades presentadas en esta sección para obtener los valores de las cuatro funciones trigonométricas restantes del ángulo agudo θ.

11. $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{2}{\sqrt{13}}, \ \cos\theta = \dfrac{3}{\sqrt{13}}$

12. $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{1}{\sqrt{10}}, \ \cos\theta = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$

13. $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{2}{7}, \ \cos\theta = \dfrac{3\sqrt{5}}{7}$

14. $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{5}{\sqrt{26}}, \ \cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{26}}$

15. $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{1}{\sqrt{65}}, \ \tan\theta = \dfrac{1}{8}$

16. $\cos\theta = \dfrac{5}{\sqrt{29}}, \ \cot\theta = \dfrac{5}{2}$

17. $\csc\theta = \dfrac{5}{3}, \ \sec\theta = \dfrac{5}{4}$

18. $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{1}{\sqrt{50}}, \ \cot\theta = 7$

19. $\cos\theta = \dfrac{1}{3}, \ \csc\theta = \dfrac{3}{2\sqrt{2}}$

20. $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{1}{\sqrt{50}}, \ \cot\theta = 7$

En los problemas 21 a 28, dibuje el triángulo apropiado para obtener el valor de las funciones trigonométricas restantes.

21. $\operatorname{sen}\theta = \dfrac{12}{13}$

22. $\cos\theta = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

23. $\sec\theta = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

24. $\csc\theta = \sqrt{10}$

25. $\tan\theta = \dfrac{2}{5}$

26. $\cot\theta = \dfrac{1}{7}$

27. $\sec\theta = \dfrac{7}{3}$